

錄取標準：學測 20% + 備審資料 40% + 數學筆試或程式設計 40%

考慮了好久，最後決定考數學。（建議互相比較後再下決定）

以下為數學筆試的考場環境和題目。

時間	上下節各 80 分鐘，共 160 分鐘。
題型	上下節各 10 題填充題，每題 10 分。
位置	資訊館一樓，共五間教室。
考場	桌椅相連，每個椅子分開且間隔著坐。
流程	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 進場時說明考場規則，沒有任何系所介紹之類的內容，直接考試。</li><li>2. 9:00~10:20 第一節數學。</li><li>3. 10:20~10:40 休息。</li><li>4. 10:40~12:00 第二節數學。</li></ol>

考試時有一張試題、一本答案簿、一張大型計算紙。

考題從下一頁開始，不保證與當天考卷題目順序相同。

解法僅供參考，不保證絕對正確。

## 第一節

- 求  $x^{2012} + x^4 + \pi x = 0$  除以  $x^2 - 1$  的餘式。
- 已知  $x^3 - 13x^2 + kx + 168 = 0$  的三根成等差數列，求  $k$  值。
- 計算  $\sum_{k=1}^{180} \cos\left(\frac{2\pi}{k}\right)$
- 等腰梯形  $ABCD$ ，上底  $\overline{CD} = 5$ ，下底  $\overline{AB} = 15$ ，兩腰長度均為  $\pi^{100}$ ，求內積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 。
- 有甲乙兩個裝有小球的袋子，甲袋中有 0~100 號共 101 顆球，乙袋中有 0~99 號共 100 顆球。隨機自甲袋中取球，請問「取到偶數號球」和「球號大於或等於 60」兩事件是否獨立？隨機自乙袋中取球，請問「取到偶數號球」和「球號大於或等於 60」兩事件是否獨立？
- $0.5\log_{0.5}(3-x) - \log_{0.5}(x-1) = 0.5$ ，求  $x$  值。
- $0 < \alpha, \beta < 1, x+y=1, x>0, y>0$ ， $(x, y) \times \begin{pmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{pmatrix} = (x, y)$ ，求  $x, y$   
(請以  $\alpha, \beta$  構成的實數表示)
- 求  $(x^2 - x + 2)(x^2 - 2\sqrt{3}x + 1) \leq 0$  的整數解個數。
- 袋中有編號 1~100 的球，每一編號都有紅球、白球各一顆，共計兩百顆球。請問「首先取到 1 號球，再取到 2 號紅球」的機率有多少？又請問「首先取到 1 號球，再取到 1 號紅球」的機率有多少？
- 求  $\begin{bmatrix} \text{數} & \frac{13}{73} & \frac{14}{73} \\ \frac{73}{73} & \text{數} & \text{數} \\ \frac{73}{73} & \frac{73}{73} & \frac{73}{73} \\ \text{數} & \frac{-14}{73} & \frac{13}{73} \\ \frac{73}{73} & \frac{73}{73} & \frac{73}{73} \end{bmatrix}$  的反矩陣。（這裡忘記的數字用「數」代替，每個數字不同）

## 第一節參考與建議

1. 利用同餘的概念， $x^2=1$  代入即可。
2. 設三根為  $a-d$ 、 $a$ 、 $a+d$ ，再用根與係數關係。  
(數字有點大，答案不太好)
3. 這題我不會。(難到這個複雜的題目是故意找麻煩?)
4. 畫圖，別理那個無聊的  $\pi^{100}$ ， $15 \times 5 = 75$  完成。
5. 檢查  $P(A) \cdot P(B)$  和  $P(A \cap B)$  是否相等，第一小題否，第二小題是。
6. 左右同乘以 2 即可解出，答案是  $\sqrt{5}$ 。
7.  $x=1-y$  代入，可解出  $x=\frac{\beta}{\alpha+\beta}$ ,  $y=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ 。
8. 直接解就可看出整數解為 1、2、3，共 3 個。
9. 直接算就可以了。
10. 代公式。三階行列式值為  $\frac{73^2}{73^3} = \frac{1}{73}$ ，最後算出來的答案很漂亮，都是整數。

整體來說題目不困難，時間充足，即使是計算複雜的題目，也一定要算出來！

考試時 1、2、4、5、6、7、8、9 題在 30 分鐘時做完，第 10 題因為計算很複雜所以用掉了 10 分鐘。在 40 分鐘時，除了第 3 題外，我都已經做完。因為題目是填充題，完全不看計算過程，所以就利用剩下的時間想第 3 題和檢查是否有計算錯誤。

## 第二節

1. 化簡  $\frac{1}{\sqrt{1.5-\sqrt{2}}}$  。
2.  $f(x)$  是二次多項式，已知  $f(2009)=1, f(2010)=2, f(2011)=5$ ，求  $f(2012)$ 。
3.  $\max(|x+3|, |x-3|) \leq 15$ ，求  $x$  的範圍。
4. 大雄在測試哆啦A夢百寶袋的功能。距離下課 1 分鐘時，他將 10 顆球依序放入百寶袋，再立即拿出一顆球。距離下課  $\frac{1}{2}$  分鐘時，他重複剛才的動作，將 10 顆球依序放入百寶袋，再立即拿出一顆球。距離下課  $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$  分鐘時，都進行相同的動作。請問：如果每次取出的球都從「放在袋中時間最長的球」隨機選取一顆，則下課時袋中仍有球的機率為何？如果每次取出的球都從「放在袋中時間最短的球」隨機選取一顆，則下課時袋中仍有球的機率為何？
5. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m}{m+n} - \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{m+n}$ 。
6. 某大學教授打分數時總是從 0~100 這 101 個數字中隨機選擇。大學生 60 分及格，研究生 70 分及格。此教授教的某班級大學生佔七成，研究生佔三成。已知某生被當，求他是研究生的機率。
7.  $f(x) = \frac{d}{dx}(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ ，求  $f(2)-f(1)$ 。
8.  $\sum_{i=1}^{20} (1+x^2)^i$ ，求  $x^4$  項係數。
9. 求  $\int_0^{\sqrt{3}} 2x \sqrt{x^2+1} dx$ 。
10.  $36^x - 6^{x+1} + r = 0$  有兩個正實根，求  $r$  的範圍。

## 第二節參考與建議

1. 上下同乘  $\sqrt{2}$  的送分題。
2. 設  $f(x)=a(x-2009)(x-2010)+(x-2009)+1$  或  $(x-2009)^2+1$  或其他不同的方法。
3. 即  $\begin{cases} |x+3| \leq 15 \\ |x-3| \leq 15 \end{cases}$ 。
4. 題目看起來很奇怪，答案不是 1 嗎？
5. 據說兩個  $\lim$  可以交換所以是 0？又好像可以用 L'Hôpital's Rule 所以是 1？
6. 貝氏定理。
7. 不用全部做出來，看到  $(x-1)$ 、 $(x-2)$  就消掉。
8. 暴力展開或用 C (組合)。
9. 設  $u=x^2+1 \rightarrow du=2x dx$  代入。（不過這個算法一般高中課程應該是不會教，沒學過可能要花點時間面積算）
10. 我記得答案是  $5 < r \leq 9$ 。

整體來說題目較第一節稍難，時間仍然充足。和上一節一樣，計算複雜的題目一定要算出來！

我在 40 分鐘時就已經把題目算完，剩下的就是檢查時間了。微積分在這一節的考試中出現了，如果是科學班有去成大修課的話，7、9 兩題都算簡單的題目。（不過據說普通班的進度可能會趕不上）

總之，我覺得今年考題可能是比較簡單的吧，才有那麼多剩餘的時間。